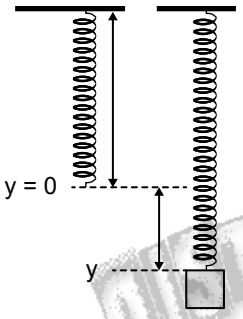
AULA 12

Introdução

Alguns movimentos oscilatórios são fáceis de descrever devido o tipo de força que age sobre eles. Um cientista chamado Hooke percebeu (através de estudos com uma mola) que esta força depende da deformação exercida sobre a mesma. Veja a figura a seguir.



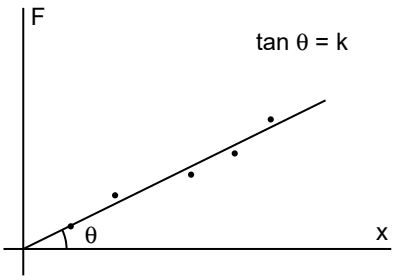
A experiência mostra que ao colocar um bloco em repouso, força exercida sobre a mola (que é igual ao peso) é igual a:

$$\vec{F_{el}} = -k\vec{y}$$

Ou seja, é proporcional a deformação da mola e tem sentido contrário a força aplicada. Assim, podemos dizer que:

> Em regime elástico, a deformação sofrida por uma mola é diretamente proporcional à intensidade da força que a provoca. Onde a constante de proporcionalidade é chamada de constante elástica.
>
> $$k = \frac{F}{Dx}$$

A unidade desta constante é N/m. A constante elástica depende do material de que a mola e feita e da forma que é enrolada (diâmetro e número de espiras). Pode-se medir essa constante através de um gráfico de força por deslocamento da seguinte maneira:

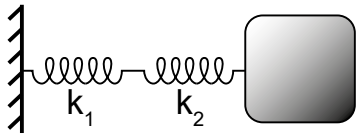


Associação de molas

Transformar molas em sistemas equivalentes pode ajudar muito o estudo analítico das oscilações. Sistemas extremamente complexos podem ser simplificados através das associações em série e em paralelo. Vejam as duas transformações a seguir:

Associação em série:

Um conjunto de molas em série é classificado destas estarem sequenciadas. Assim, todas as molas presenciam a mesma força.



$$k_1x_1 = k_2x_2 = k_3x_3 = ... = k_nx_n$$

Logo, a deformação total é igual a soma de todas as deformações. Desta forma, podemos escrever que

$$x_{eq} = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$$

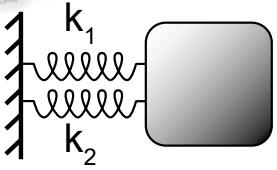
Substituímos x_{eq} por $\frac{F_{eq}}{k_{eq}}$. Logo:

$$\frac{F_{eq}}{k_{eq}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \frac{F}{k_3} + \cdots + \frac{F}{k_n}$$

Ao substituir este sistema por um sistema equivalente, o bloco deverá sentir a mesma força, ou seja, $F_{eq} = F$. Assim,

$$\boxed{\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \cdots + \frac{1}{k_n}}$$

Associação em paralelo:



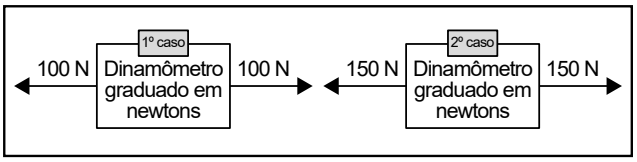
Nesta situação, as molas estão paralelas umas às outras. Isso significa que todas as molas possuem mesma deformação. O resultado deste fato é que a força resultante de todas as molas é a mesma força que atua sobre o corpo. Com isso, podemos escrever que:

$$F_{res} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n$$

$$k_{res} \cdot x = k_1 \cdot x + k_2 \cdot x + k_3 \cdot x + ... + k_n \cdot x$$

Exercícios

1. (Unirio) O dinamômetro, ou balança de mola, é um instrumento para medir força. Se graduado em newtons, ele indica o par de forças que é exercido sobre ele, distendendo a mola. Com a graduação em quilogramas é que ele se tornou conhecido no tempo do império como “balança de peixeiro”, pois o peixe era carregado em cestas sobre burros e comercializado pelas ruas. A figura mostra um dinamômetro de peso desprezível, em cujas extremidades estão aplicadas as forças indicadas.



Assinale a alternativa correta.
A) A indicação do dinamômetro no primeiro caso é zero.
B) A leitura do dinamômetro no segundo caso é 300 N.
C) A resultante sobre o dinamômetro no primeiro caso é 100 N.
D) A indicação do dinamômetro no primeiro caso é 100 N.
E) A leitura do dinamômetro no segundo caso é 50 N.

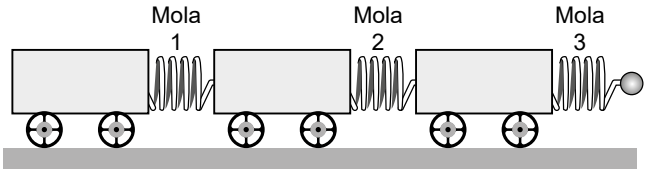
2. (UFSM) Durante os exercícios de força realizados por um corredor, é usada uma tira de borracha presa ao seu abdômen. Nos arranques, o atleta obtém os seguintes resultados.

Semana	1	2	3	4	5
ΔX (cm)	20	24	26	27	28

Onde ΔX é a elongação da tira.

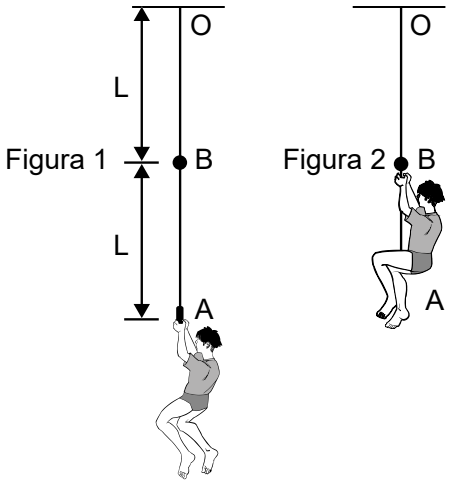
O máximo de força atingido pelo atleta, sabendo-se que a constante elástica da tira é de 300 N/m e que obedece à Lei de Hooke, é em N:
A) 23520
B) 17600’
C) 1760
D) 840
E) 84

3. (UFRJ-RJ) O sistema representado na figura (carrinhos de mesma massa ligados a molas idênticas) está inicialmente em repouso, podendo mover-se com atrito desprezível sobre trilhos horizontais:



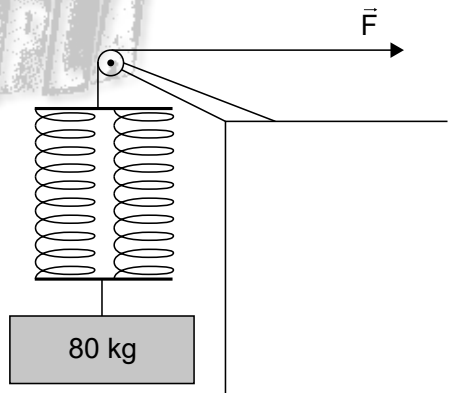
Aplica-se à extremidade livre da mola 3, uma força constante, paralela aos trilhos e orientada para a direita. Depois de as oscilações iniciais terem sido amortecidas, o conjunto desloca-se em bloco para a direita. Nessa situação, sendo l_1, l_2 e l_3 os comprimentos respectivos das molas 1, 2 e 3, assinale a alternativa correta:
A) $l_1 > l_2 > l_3$
B) $l_1 = l_2 = l_3$
C) l_1
D) $l_1 = l_2$
E) $l_1 = l_2 > l_3$

4. Um garoto está em repouso pendurado na extremidade A de uma corda elástica de massa desprezível, como ilustra a figura 1. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_1. O garoto sobe, então , permanecendo em repouso dependurado no ponto B, como ilustra a figura 2. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_2.



Se a intensidade da aceleração da gravidade é constante, a expressão que relaciona corretamente x_2 e x_1 é :
A) $x_2 = 4 \cdot x_1$
B) $x_2 = 2 \cdot x_1$
C) $x_2 = x_1$
D) $x_2 = \frac{x_1}{2}$
E) $x_2 = \frac{x_1}{4}$

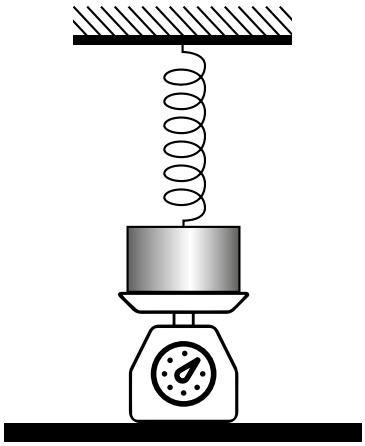
5. O sistema da figura é formado por um bloco de 80 kg e duas molas de massas desprezíveis associadas em paralelo, de mesma constante elástica. A força horizontal $\vec{F}$ mantém o corpo em equilíbrio estático, a deformação elástica do sistema de molas é 20 cm e a aceleração da gravidade local tem módulo 10 m/s².



Então, é correto afirma que a constante elástica de cada mola vale, em N/cm?
A) 10
B) 20
C) 40
D) 60
E) 80

052.335-163665/22

6 (PUC-SP) A mola da figura tem constante elástica 20 N/m e encontra-se deformada de 20 cm sob a ação do corpo A cujo peso é 5 N. Nessa situação, a balança, graduada em newtons, marca



A) 1 N
B) 2 N
C) 3 N
D) 4 N
E) 5 N

7. (Fatec) Certa mola, presa a um suporte, sofre alongamento de 8,0 cm quando se prende à sua extremidade um corpo de peso 12 N, como na figura 1. A mesma mola, tendo agora em sua extremidade o peso de 10 N, é fixa ao topo de um plano inclinado de 37°, sem atrito, como na figura 2.

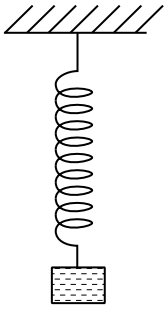


Figura 1

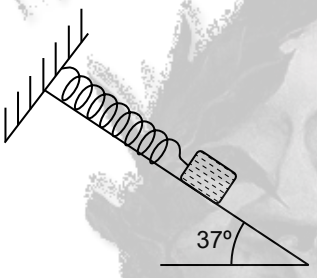
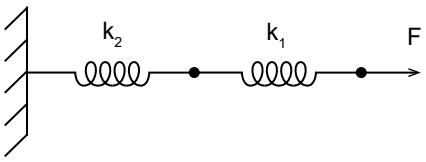


Figura 2

Dados: sen 37° = 0,60
cos 37° = 0,80

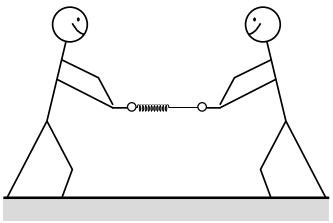
Neste caso, o alongamento da mola é, em cm;
A) 4,0
B) 5,0
C) 6,0
D) 7,0
E) 8,0

8. (UF-PE) Uma mola de constante elástica k_1 = 24 N/m é conectada a uma segunda mola de constante elástica k_2 = 45 N/m, que está conectada a uma parede rígida na outra extremidade, conforme mostra a figura a seguir. Uma pessoa aplica uma força F à uma primeira mola, distendendo-a em 15 cm relativo ao seu comprimento em equilíbrio. Calcule a distensão da segunda mola, em cm.



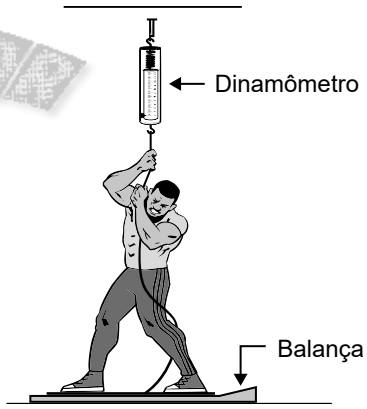
A) 8 cm
B) 4 cm
C) 2 cm
D) 1 cm
E) 0,5 cm

9. (FEI) Um dinamômetro possui suas duas extremidades presas a duas cordas. Duas pessoas puxam as cordas na mesma direção e sentidos opostos, com força de mesma intensidade F=100N. Quanto marcará o dinamômetro?



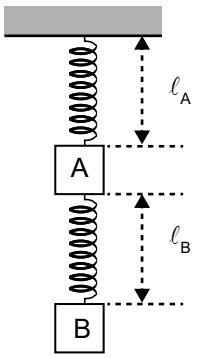
A) 200 N
B) 0
C) 100 N
D) 50 N
E) 400 N

10. Um homem está sobre a plataforma de uma balança e exerce força sobre um dinamômetro preso ao teto. Sabe-se que, quando a leitura no dinamômetro é zero, a balança indica 80 kgf.



A) Qual a intensidade do peso do homem?
B) Se o homem tracionar o dinamômetro, de modo que este indique 10 kgf, qual será a nova indicação da balança?

11. (Mackenzie) No sistema a seguir, as molas ideais têm, cada uma, constante elástica igual a 2.000 N/m e comprimento natural 10 cm. Se cada um dos corpos A e B tem massa igual a 5 kg, então a soma $\ell_A + \ell_B$ vale:

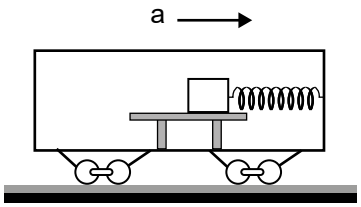


Dado: g = 10 m/s²

A) 20,0 cm
B) 22,5 cm
C) 25,0 cm
D) 27,5 cm
E) 30,0 cm

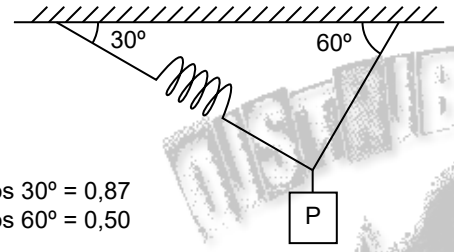
052.335-163665/22

12. (AFA) A figura a seguir representa um vagão se movendo sobre trilhos, retilíneos e horizontais, com aceleração constante igual a 3,0 m/s^2. No interior do vagão, existe uma mesa de tampo horizontal e sobre ela está colocado um corpo preso à parede dianteira do vagão por meio de uma mola de constante elástica desconhecida. Sabe-se que a massa do corpo é 2,0 kg e que está em repouso, em relação ao vagão, e que a mola está distendida 4,0 cm, em relação ao seu comprimento normal. Pode-se afirmar que a constante elástica da mola, em N/cm, é



A) 1,5
B) 3,0
C) 4,5
D) 6,0

13. (EFOMM) Considere o sistema em equilíbrio da figura dada:

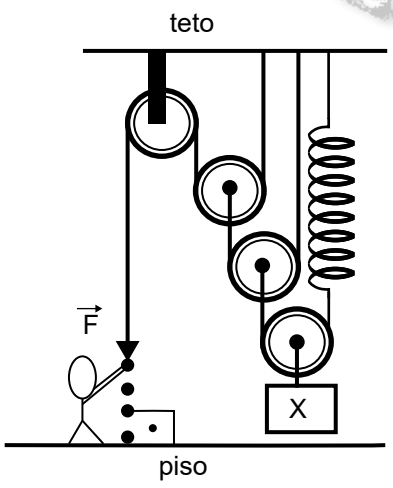


Cos 30º = 0,87
Cos 60º = 0,50

Os fios são ideais e o peso do bloco P é de 50 N. Sabendo-se que a constante da mola K vale 5,0 × 10^3 N/m, determina-se que a mola está alongada de

A) 0,05 cm.
B) 0,10 cm.
C) 0,50 cm.
D) 0,87 cm.
E) 1,00 cm.

14. (EsPCEx) O sistema de polias, sendo uma fixa e três móveis, encontra-se em equilíbrio estático, conforme mostra o desenho. A constante elástica da mola, ideal, de peso desprezível, é igual a 50 N/cm e a força $\vec{F}$ na extremidade da corda é de intensidade igual a 100 N. Os fios e as polias, iguais, são ideais.

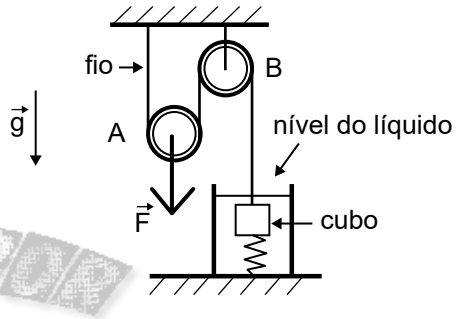


Desenho ilustrativo – Fora de escala

O valor do peso do corpo X e a deformação sofrida pela mola são, respectivamente,

A) 800 N e 16 cm.
B) 400 N e 8 cm.
C) 600 N e 7 cm.
D) 800 N e 8 cm.
E) 950 N e 10 cm.

15. (EsPCEx) Um cubo homogêneo de densidade ρ e volume V encontra-se totalmente imerso em um líquido homogêneo de densidade ρ_o, contido em um recipiente que está fixo a uma superfície horizontal. Uma mola ideal, de volume desprezível e constante elástica **k**, tem uma de suas extremidades presa ao centro geométrico da superfície inferior do cubo, e a outra extremidade presa ao fundo do recipiente de modo que ela fique posicionada verticalmente. Um fio ideal vertical está preso ao centro geométrico da superfície superior do cubo e passa por duas roldanas idênticas e ideais A e B. A roldana A é móvel a roldana B é fixa e estão montadas conforme o desenho a seguir. Uma força vertical de intensidade F é aplicada ao eixo central da roldana A fazendo com que a distensão na mola seja X e o sistema todo fique em equilíbrio estático, com o cubo totalmente imerso no líquido. Considerando a intensidade da aceleração da gravidade igual a **g**, o módulo da força F é:



A) $[V_g(\rho_o - \rho) + k_x]$
B) $2[V_g(\rho - \rho_o) - k_x]$
C) $2[V_g(\rho_o + \rho) + k_x]$
D) $[V_g(\rho_o - \rho) - k_x]$
E) $2[V_g(\rho - \rho_o) + k_x]$

GABARITO

AULA 12				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
D	E	C	D	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
A	*	A	C	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	–	C	*	E

*** 7** **A)** 150 N/m **B)** 4 cm
12 – Demonstração
14 **ii)** 800 N **iii)** 8 cm

RESOLUÇÕES

1. O dinamômetro mede a intensidade do par de forças que atua nele. Por exemplo, no 1º caso, ele indica 100 N e no 2º caso ele indica 150 N.

Resposta: D

2. Na Lei de Hooke, F = K · Δx. Quanto maior por Δx, maior F. Portanto:

$$F = K \cdot \Delta x \Rightarrow F = 300\,\frac{N}{m} \cdot 28 \cdot 10^{-2}\ m \rightarrow \boxed{F = 84\ N}$$

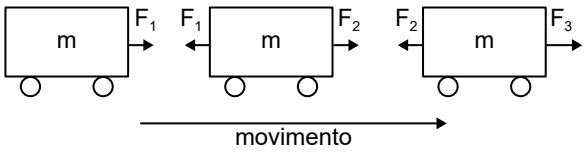
1 cm

Resposta: E

052.335-163665/22

3.

I.



II. $F_3 = k\ell_3$
$F_2 = k\ell_2$
$F_1 = k\ell_1$

IV. $F_3 - F_2 = ma$ (I)
$F_2 - F_1 = ma$ (II)
$F_1 = ma$ (III)

V) (II) e (III):
$F_2 - F_1 = F_1$
$k\ell_2 = 2k\ell_1$
$\boxed{\ell_2 = 2\ell_1}$

VI) (III) e (I)
$k\ell_3 - k\ell_2 = k\ell_1 \rightarrow k\ell_3 = k\ell_2 + k\ell_1 = 3k\ell_1 \rightarrow \boxed{\ell_3 = 3\ell_1}$

Resposta: C

4.

I) A constante elástica é inversamente proporcional ao comprimento da corda elástica. Logo:

- Figura 1: $\boxed{k_1 = \frac{\text{constante}}{2L}}$
- Figura 2: $\boxed{k_2 = \frac{\text{constante}}{L}}$

II) No equilíbrio:

- Figura 1:

$\boxed{F_1 = P = k_1 \cdot x_1}$ (I)

- Figura 2:

$\boxed{F_2 = P = k_2 \cdot x_2}$ (II)

III) (I) e (II): $P = K_1 \cdot x_1 = K_2 \cdot x_2$

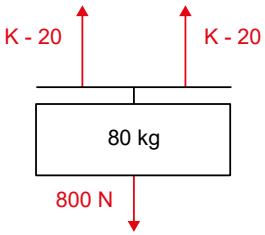
$$P = k_1x_1 = k_2x_2 \rightarrow \left(\frac{\cancel{\text{constante}}}{\cancel{2L}}\right) \cdot x_1 = \left(\frac{\cancel{\text{constante}}}{\cancel{L}}\right) \cdot x_2$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{x_1}{2} = x_2}$$

Resposta: D

5.

i) Equilíbrio:

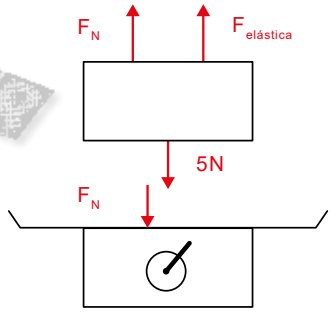


II) $2 \cdot (k \cdot 20) = 800$
$40 \cdot k = 800$
$k = \frac{800}{40}$
$\boxed{k = 20 \text{ N/cm}}$

Resposta: B

6.

I)



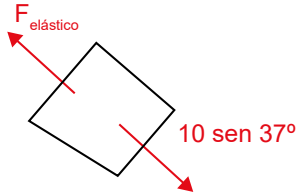
II) Equilíbrio do corpo A:
$F_N + 20 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 5$
$F_N + 4 = 5$
$\boxed{F_N = 1\,N}$

Resposta: A

7.

I) Equilíbrio na figura 1:
Peso $= F_{elástica} \rightarrow$
$12 = k \cdot (8 \cdot 10^{-2}) \rightarrow$
$\boxed{k = 150 \text{ N/m}}$

II) Equilíbrio na figura 2:

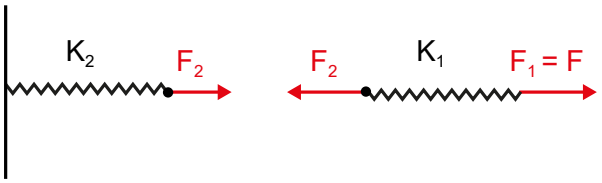


$F_{elástica} = 10 \text{ sen}37°$
$k \cdot \Delta x = 10 \cdot 0,60$
$150 \cdot \Delta x = 6$
$\boxed{\Delta x = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}}$

052.335-163665/22

8.

I)



II) Na mola 1:

$F_2 = F_1 \rightarrow k_1x_1 = k_2x_2$

$24 \cdot (15\ \text{cm}) = 45 \cdot x_2$

$x_2 = \dfrac{24 \cdot 15}{45}\ \text{cm} \Rightarrow \boxed{x_2 = 8\ \text{cm}}$

Resposta: A

9. Dinamômetro é um aparelho utilizado para medir força, logo ele deverá marcar 100 N.

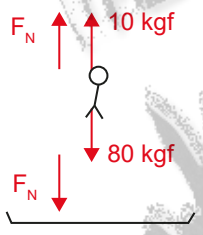
Resposta: C

10.

A) A leitura zero implica que não há força elástica puxando o homem, ou seja, a força medida pela balança será o peso do homem. Portanto, o intensidade é 80 kgf.

B)

I)



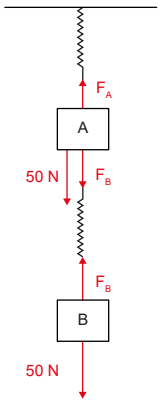
II) Equilíbrio no homem:

$F_N + 10\ \text{kgf} = 80\ \text{kgf}$

$\boxed{F_N = 70\ \text{kgf}}$

11.

I)



II) Equilíbrio de força nos blocos:

$\begin{cases} A: F_A = F_B + 50 \\ B: F_B = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_A = 100\ \text{N} \\ F_B = 50\ \text{N} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} kx_A = 100 \\ kx_B = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2000x_A = 100 \\ 2000x_B = 50 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x_A = 0{,}05\ \text{m} = 5\ \text{cm} \\ x_B = 0{,}025\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm} \end{cases}$

III)Novos comprimentos das molas.

$\begin{cases} \ell'_A = \ell_A + x_A \\ \ell'_B = \ell_B + x_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ell'_A = 10 + 5 \\ \ell'_B = 10 + 2{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ell'_A = 15\ \text{cm} \\ \ell'_B = 12{,}5\ \text{cm} \end{cases}$

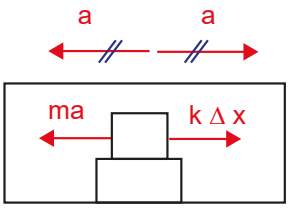
IV) Soma dos novos comprimentos.

$\boxed{\ell'_A + \ell'_B = 27{,}5\ \text{cm}}$

Resposta: D

12.

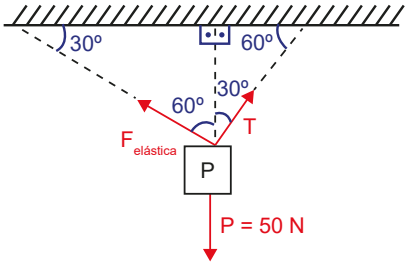
I) No referencial do vagão:



II) $k \cdot \Delta x = ma \Rightarrow k \cdot (4\ \text{cm}) = 3 \cdot 2 \Rightarrow k = \dfrac{6\ \text{N}}{4\ \text{cm}} \Rightarrow \boxed{k = 1{,}5\ \dfrac{\text{N}}{\text{cm}}}$

13.

I) Analisando as forças que atuam no bloco no equilíbrio:



II) No equilíbrio da figura:

- Horizontal:

$F_{elástica} \cdot \underbrace{\text{sen } 60^\circ}_{\cos 30^\circ} = T \cdot \underbrace{\text{sen } 30^\circ}_{\cos 60^\circ} \Rightarrow$

$F_{elástica} \cdot 0{,}87 = T \cdot 0{,}50 \Rightarrow$

$\boxed{T = 1{,}74 \cdot F_{elástica}}$

- Vertical:

$F_{elástica} \cdot \cos 60^\circ + T \cdot \cos 30^\circ = P$

$F_{elástica} \cdot 0{,}50 + T \cdot 0{,}87 = 50$

$F_{elástica} \cdot 0{,}50 + (1{,}74 \cdot F_{elástica}) \cdot 0{,}87 = 50$

$2{,}01 \cdot F_{elástica} = 50$

$F_{elástica} \approx 25\ \text{N} \Rightarrow 5 \cdot 10^3 \cdot \Delta x \approx 25$

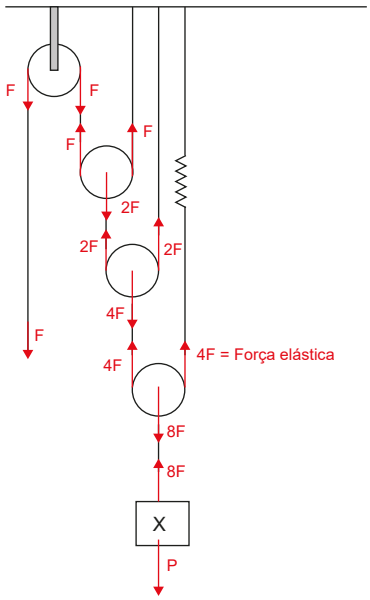
$\Delta x \approx 0{,}005\ \text{m}$

$\boxed{\Delta x \approx 0{,}50\ \text{cm}}$

Resposta: C

052.335-163665/22

14. Analisando as forças que atuam no sistema:



II) Bloco x:

$P = 8\,F = 8 \cdot 100 \Rightarrow \boxed{P = 800\ N}$

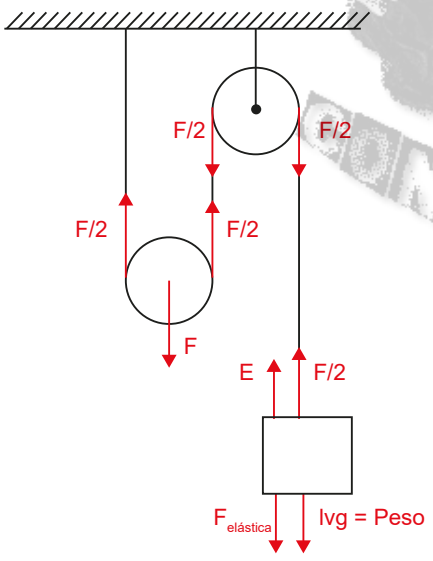
III)Polia que contém a mola:

$k \cdot 50 = 4\,F = 400 \Rightarrow \boxed{k = 8\ cm}$

15.

I) massa do cubo = ρv

II) Analisando as forças que atuam no sistema:



III)Analisando o equilíbrio que ocorre no cubo:

$$E + \frac{F}{2} = F_{elástica} + lvg \Rightarrow \rho_0 vg + \frac{F}{2} = kx + \rho vg$$

$$\Rightarrow \frac{F}{2} = \left[vg(\rho - \rho_0) + kx\right] \Rightarrow \boxed{F = 2\left[vg(\rho - \rho_0) + kx\right]}$$

Resposta: E

DIGITAÇÃO: CLAUDIA/GEORGENES – REVISÃO: SHERYDA

052.335-163665/22